# Tratamiento de datos, lógica y estadística elemental en la enseñanza preuniversitaria. Un estudio mediante la aplicación del chic

Larisa Zamora Matamoros\*, Isabel Alonso Berenguer\* Alexander Gorina Sánchez\*, Mailyn Álvarez Caneda\* Pilar Orús Báguena\*\*

\*Departamento de Matemática. Facultad de Matemática y Computación.

Universidad de Oriente. Cuba.
{larisa, ialonso, gorina, mailyn}@csd.uo.edu.cu

\*\*Departamento de Matemáticas. Escuela de Tecnología y Ciencias Experimentales.

Universidad Jaume I. España.

orus@mat.uji.es

**Resumen.** En el trabajo se realiza un estudio sobre las habilidades que poseen estudiantes de 10<sup>mo</sup> y 11<sup>no</sup> grado de la enseñanza preuniversitario, para el trabajar simultáneamente la lógica, la estadística elemental y el tratamiento de datos binarios. Este estudio extiende los trabajos de Orús (1992, 2005) y Pitarch (2002), utilizando la misma metodología de obtención y tratamiento de datos con un cuestionario semejante. Esta analogía permite comparar los resultados de Cuba con aquellos que han sido ya obtenidos en Francia en la enseñanza primaria y en España en la enseñanza secundaria. El trabajo de análisis de datos se realizó también con la ayuda del programa CHIC, como los trabajos precedentes.

### 1 Introducción

Numerosos investigadores se han referido a la importancia de formar una cultura estadística en la sociedad para potenciar su desarrollo, tal es el caso de Batanero (2003), quien ha planteado que la Estadística es una parte de la educación general deseable para los futuros ciudadanos adultos, quienes precisan adquirir la capacidad de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos, que con frecuencia aparecen en los medios informativos. También es útil para la vida posterior, ya que en muchas profesiones se precisan conocimientos básicos del tema y su estudio ayuda al desarrollo personal, fomentando un razonamiento crítico, basado en la valoración de la evidencia objetiva.

Todo lo anterior pone de manifiesto la necesidad de realizar investigaciones encaminadas a perfeccionar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Estadística. Al respecto se han realizado varios estudios y planteado numerosas direcciones de trabajo, como la de Batanero (1999), quien expuso en la *Conferencia Internacional Experiencias y Expectativas de la Enseñanza de la Estadística- Desafíos para el Siglo XXI*, el interés y viabilidad de introducir el Tratamiento de Datos en la enseñanza actual de la Estadística.

También Orús (1992), contribuye a satisfacer esta necesidad de perfeccionamiento con su tesis doctoral, al introducir el trabajo lógico sobre tablas de datos en la enseñanza primaria.

Una investigación más reciente, que se encamina en esta dirección e integra las dos propuestas anteriores, es la realizada por Pitarch (2002) y dirigida por Orús, la que analiza el razonamiento de los alumnos en la etapa educativa ESO, utilizando simultáneamente el Tratamiento de Datos, la Lógica y la Estadística Elemental. Precisamente los resultados de este trabajo se emplean en el presente estudio, como referentes para realizar un análisis similar en la enseñanza preuniversitaria, en dos institutos de la ciudad de Santiago de Cuba.

El presente trabajo tiene entonces como objetivo el estudio, con ayuda del sistema informático CHIC, de las habilidades que poseen estudiantes de  $10^{mo}$  y  $11^{no}$  grado de preuniversitario, para el trabajo simultáneo con aspectos esenciales de Tratamiento de Datos, Lógica y Estadística Elemental, así como la comparación de los resultados con los obtenidos en la referida investigación, realizada con estudiantes de la ESO en España.

## 2 Análisis de los programas de Matemática de la enseñanza preuniversitaria en Cuba

Según análisis valorativo hecho sobre los actuales programas de las asignaturas Matemáticas de la enseñanza preuniversitaria cubana y los resultados del diagnóstico realizado por Zamora y Alonso (2006), se pudo constatar que a partir del curso 2004-2005 se incorporan contenidos de Estadística al programa de décimo grado y en el curso 2005-2006 al programa de duodécimo. A partir de este mismo diagnóstico, las autoras pudieron confirmar que dichos programas no contemplan explícitamente el Tratamiento de Datos y que los contenidos de la Estadística Descriptiva se imparten empleando métodos tradicionales, concluyéndose que la enseñanza de la

Estadística en Cuba presenta, desde el punto de vista de su diseño curricular, dificultades similares a las planteadas por Pitarch (2002). Para corroborar esto, en la presente investigación se dará cumplimiento al objetivo trazado aplicando la misma metodología empleada en la investigación realizada con estudiantes de la ESO en España.

### 3 Elaboración de la tabla de datos T

Para dar inicio a la investigación se elaboró un cuestionario que tuvo como propósito la obtención de información primaria que permitiese modelar el trabajo lógico y estadístico, así como el tratamiento de los datos. Dicho cuestionario se centró en la indagación a 108 estudiantes de 11<sup>no</sup> grado de dos preuniversitarios de la ciudad de Santiago de Cuba (cuyas edades oscilan entre 15 y 17 años) sobre sus gustos por determinadas asignaturas y carreras. Del análisis, de los resultados de este cuestionario se obtuvo una tabla (T) de dimensión 20x21, en la cual las filas representan las preguntas y las columnas a los estudiantes, los que han sido codificados por Ei, con i=1,...,21.

Para determinar las dimensiones de la tabla T se tuvo en cuenta la experiencia de la investigación desarrollada por Pitarch y Orús, con estudiantes de los dos ciclos de la ESO, en la cual se obtuvo un 97% de éxito en la lectura y manipulación elemental de la misma, con una dimensión de 15x20. También se consideró el hecho de que la presente experimentación se aplicaría solamente a estudiantes de niveles equivalentes al 2do ciclo de la ESO. Por todo lo anterior se aumentó la dimensión de dicha tabla a 20x21.

		-	2	3	4	E5	9 E	E7	E8	6	E10	E11	E12	13	14	15	E16	11	18	E19	20	21
	Te gusta la Matemática?	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0
	Te gusta el Español y la Literatura?	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1
	Te gusta la Historia?	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
s	Te gusta la Geografía?	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0
ATURA	Te gusta el Inglés?	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0
<u> </u>	Te gusta la Física?	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0
31/2	Te gusta la Química?	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0
ASIGN	Te gusta la Biología?	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
•	Te gusta la Computación?	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	Te gusta la Cultura Política?	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0
	Te gusta la Educación Física?	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0
	Te gusta la Preparación Militar?	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0
	Te gustaría estudiar Medicina?	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1
	Te gustaría estudiar Matemática?	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
AS	Te gustaría estudiar Informática?	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0
ER	Te gustaría estudiar Idioma?	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ARRER	Te gustaría estudiar Historia?	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
2	Te gustaría estudiar Cultura Física?	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
	Te gustaría estudiar una Carrera Militar?	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	Te gustaría estudiar alguna Ingeniería?		1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0

TAB.1 - Tabla T

Una vez conformada la tabla 1, se requirió de la preparación del cuestionario de la experimentación, para lo cual se tomó como base el cuestionario Q empleado para los estudiantes de la ESO, al cual se le realizaron algunas modificaciones no significativas, ya que existía la pretensión de comparar los resultados que se obtuvieran con los alcanzados en España.

### 4 Modificaciones realizadas al cuestionario

Para tomar las decisiones sobre los cambios a efectuar, se procedió a aplicar el programa informático CHIC (Gras, R., 1992) a la tabla 1, tomando como elementos de análisis estadístico a los 21 jóvenes y sus gustos por 12 asignaturas y 8 carreras o profesiones.

A partir de los índices de proximidad, de los de intensidad de la implicación y de cohesión entre los jóvenes, asignaturas y carreras, se decidió realizar los siguientes cambios al cuestionario (ver cuestionarios en anexo #1):

Eliminar la cuestión Q8, pues se consideró que podría confundir al estudiante y además, en esencia, coincidía con la Q12.

Sustituir la cuestión Q9 por la pregunta P8, la cual tiene implícito el nivel de complejidad de Q9 y se le introduce uno nuevo, la condicional.

Adicionar la pregunta P16, que da la posibilidad de medir la habilidad del estudiante para establecer un criterio de clasificación sobre la base de la ocurrencia de un evento, además de emplear la operación de conjunción.

Adicionar a la cuestión Q21 un nivel mayor de complejidad, donde el estudiante debe buscar las carreras que más gustan y ordenarlas.

Realizadas las adecuaciones pertinentes al cuestionario (ver anexo #1), se procedió a la confección de la matriz a priori (MAP), para lo cual se empleó la caracterización de cada una de las preguntas, teniendo en cuentas las diferentes operaciones que tienen que emplear los estudiantes al responderlas y que se describen a continuación:

**TABL:** Utilizar un elemento concreto de la tabla, para responder a la pregunta.

**TFIL:** Utilizar una o varias filas para responder a la pregunta.

**TCOL:** Utilizar una o varias columnas para responder a la pregunta.

**ROBL:** Enumerar de forma obligatoria una cantidad concreta (presencia: 1, ausencia de carácter: 0).

RALT: Enumerar de forma alternativa una cantidad concreta (presencia: 1, ausencia de carácter: 0).

CFIL: Comparar filas.

**CCOL:** Comparar columnas.

**FDIF:** Tener en cuenta las diferencias entre filas/columnas.

FCOI: Fijarse en las coincidencias (tanto las co-presencias: 1-1, como en las co-ausencias: 0-0).

**FPRE:** Fijarse únicamente en las co-presencias.

FAUS: Fijarse únicamente en las co-ausencias.

**CSEM:** Comparar entre los criterios de la tabla (filas), a partir de la posible relación semántica que existe entre las asignaturas y entre las carreras.

LIMP: Implicación lógica.

**LEXI:** Cuantificador existencial.

LUNI: Cuantificador universal.

LCON: Conector lógico conjunción.

LDIS: Conector lógico disyunción.

LNEG: Conector lógico negación.

**EFIM:** Aplicar implícitamente la frecuencia absoluta.

**EFEX:** Aplicar explícitamente la frecuencia absoluta.

**Efre:** Aplicar explícitamente la frecuencia relativa.

**EPER:** Aplicar explícitamente el porcentaje.

EMIM: Utilización implícita de la medida de centralización: la moda.

ARGU: Razonar en la respuesta.

### 5 Trabajo con la matriz a priori MAP

Una vez conformada la matriz a priori (ver anexo #2), se le aplicó el sistema informático CHIC, para la determinación del árbol de similaridad, el árbol jerárquico y el grafo implicativo, obteniendo los resultados que se detallan a continuación:

```
Según se puede observar en la figura 1, en este árbol se forman las siguientes clases de cuasi equivalencia: C1 = \{P1, P2, P3, P8, P9, P10, P21\}, C2 = \{P4, P4.1, P5, P6, P7, P7.1\}, C3 = \{P11, P12, P13, P15, P16, P20\}, C4 = \{P14, P17, P18, P19\}.
```

La clase C1 contiene cuatro nodos significativos a los niveles 1, 3, 6 y 19. Dicha clase agrupa preguntas que se caracterizan por un recuento obligatorio por filas, contenidos elementales de Estadística (P8 y P21), y operaciones lógicas, conjunción (P8) y disyunción (P21), por lo que se puede concluir que la clase C1 agrupa preguntas que involucran actividades enumerativas.

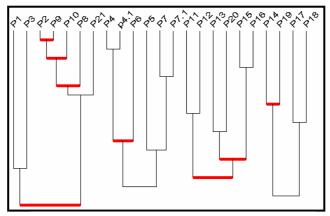


FIG. 1 - Árbol de similaridad de la matriz a priori

La clase C2 presenta un nodo significativo al nivel 12, el cual agrupa a las preguntas (P4, P4.1) y P6, las que se caracterizan por realizar recuentos alternativos, contenidos elementales de estadística y operaciones lógicas empleando los cuantificadores universal y existencial, por lo que se puede concluir que esta clase comprende cuestiones abiertas que requieren del trabajo con toda la tabla y el empleo de diversas estrategias de búsqueda sobre la misma.

En la clase C3 aparecen dos nodos significativos, a los niveles 14 y 16, que involucran a todas las preguntas de la clase, las que se caracterizan por trabajar las coincidencias por columnas, salvo la P12 que trabaja las diferencias por columnas, de manera que dicha clase queda caracterizada en cuanto al trabajo sobre la proximidad entre los sujetos.

La clase C4 posee un nodo significativo al nivel 8, que involucra las preguntas P14 y P19 que se caracterizan por la operación lógica de conjunción. Pertenecen además a esta clase las preguntas P17 y P18 que contemplan la operación de implicación lógica, por lo que dicha clase se caracteriza por las actividades lógicas: conjunción e implicación.

Aplicando nuevamente el CHIC a la matriz a priori, para realizar ahora el análisis de cohesión implicativo, se obtiene el árbol jerárquico (figura 2) y el grafo implicativo (figura 3), que se muestran a continuación:

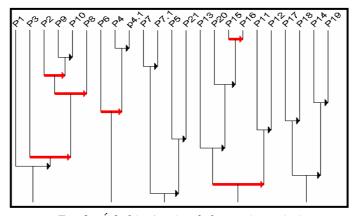


FIG. 2 - Árbol jerárquico de la matriz a priori

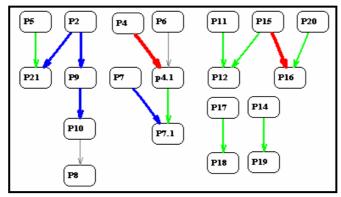


FIG. 3 -Grafo implicativo de la matriz a priori

En estas figuras podemos apreciar que aparecen implicadas preguntas que en el árbol de similaridad ya estaban próximas con nivel significativo importante:

Las preguntas que conformaban la clase C1 del árbol de similaridad siguen estando agrupadas en este árbol jerárquico como se muestra a continuación:

$$P3 \xrightarrow[Nivel 14]{} \left\{ P2 \xrightarrow[Nivel 5]{} P9 \rightarrow P10 \right\} \xrightarrow[Nivel 7]{} P8$$

con excepción de la P21. Estas implicaciones se conservan en el grafo implicativo.

La segunda clase del árbol de similaridad aparece dividida en dos subclases en el árbol jerárquico:  $P6 \xrightarrow[Nivel 9]{} P4 \rightarrow P4.1$  y  $\{P7 \rightarrow P7.1\} \rightarrow \{P5 \rightarrow P21\}$  sin existir entre ellas cohesión implicativa, pero quedando implicadas en el grafo implicativo.

Las preguntas que aparecen agrupadas en la tercera y cuarta clase del árbol de similaridad, se mantienen agrupadas de igual forma en el árbol jerárquico de cohesión, como se muestra a continuación:

C3: 
$$\left\{P13 \rightarrow \left\{P20 \rightarrow \left\{P15 \xrightarrow[\text{Nivel } 1]{} P16\right\} \xrightarrow[\text{Nivel } 17]{} \left\{P11 \rightarrow 12\right\}\right\}, \quad C4: \left\{P17 \rightarrow P18\right\} \rightarrow \left\{P14 \rightarrow P19\right\}.$$

Estas implicaciones, para el caso de la clase C3, se conservan en el grafo implicativo, no así para C4, en el que las subclases que se forman, quedan aisladas.

Una vez concluido el análisis de la matriz a priori, mediante el CHIC, se ha observado que en esencia se mantienen las relaciones obtenidas por Pitarch y Orús, coincidiendo con lo previsto.

### 6 Análisis de los resultados del cuestionario

El cuestionario fue aplicado en los preuniversitarios "Cuqui Bosch" y "Rafael María de Mendive", los cuales no presentan características educativas especiales y por ello han sido considerados como una muestra de los preuniversitarios de la ciudad.

En este nivel educativo se imparten tres grados, de los cuales, teniendo en cuenta las preguntas formuladas en el cuestionario inicial y el interés en los resultados de la misma, sólo se consideraron los grados  $10^{mo}$  y  $11^{no}$ , ya que los estudiantes del  $12^{mo}$  grado en los momentos de la aplicación del cuestionario ya habían optado por carreras universitarias de su preferencia y su inclusión podría alterar los resultados. La muestra total fue de tamaño 102 y la afijación empleada fue la proporcional al tamaño de la población.

Partiendo de las respuestas dadas por los 102 estudiantes al cuestionario, se conformó una nueva matriz, denominada matriz a posteriori, que consta de 102 filas, correspondientes a los alumnos encuestados y de 131 columnas, correspondientes a las caracterizaciones realizadas a las 23 preguntas del cuestionario, las que se detallan a continuación:

- C: Contestar a la pregunta.
- **J:** Contestar a la pregunta correctamente.
- **R:** Razonar en la respuesta de la pregunta.
- R: Razonar correctamente la respuesta.
- **G:** Responder que no se coincide en el gusto por la asignatura o carrera.
- M: Responder comparando con la asignatura o carrera que gusta a todos los estudiantes de la encuesta:

utilizan la moda estadística de forma implícita.

- S: Responder utilizando una opinión personal o subjetiva del estudiante que contesta.
- N: Contestar de forma explícita que el estudiante no sabe responder a la pregunta.
- H: Contestar que esta pregunta es la misma (homóloga) que la anterior. Lo indican explícitamente.
- **O:** Responder igual que a la pregunta anterior, pero omitiendo el comentario de que "las dos preguntas son la misma".

Por limitaciones de espacio dicha matriz no se incluirá en el presente trabajo, ni se realizará el análisis completo de los resultados obtenidos en la misma, limitando éste a las respuestas correctas a las preguntas del cuestionario, sin tener en cuenta la parte relativa al razonamiento.

En cuanto a los resultados de los preuniversitarios, en la figura 4 se muestran los porcentajes de respuestas correctas. Como se puede observar, las preguntas con mayores dificultades fueron P8, P9, P10, P21, relacionadas con actividades enumerativas, las P12, P15, P20, que abordan la proximidad entre sujetos y las P18 y P19 que se vinculan a operaciones lógicas. Justamente es en las citadas preguntas donde se localizan las mayores diferencias entre los preuniversitarios.

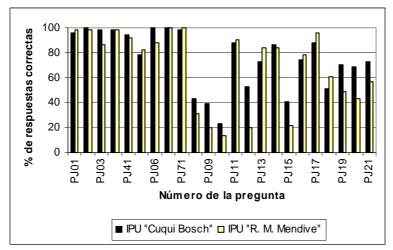


FIG. 4 – Porciento de respuestas correctas por preuniversitarios

Con respecto a los grados  $10^{mo}$  y  $11^{no}$ , las diferencias más significativas (de más del 10%) se presentan en estas mismas preguntas, a las que se adicionan la P5 y P13. Al observar la figura #5 puede comprobarse que en todas estas preguntas los porcentajes más bajos se obtuvieron en  $10^{mo}$  grado.

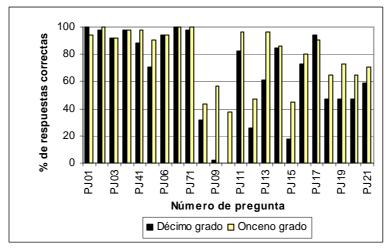


FIG. 5 – Porciento de respuestas correctas por preuniversitarios

## 7 Trabajo con la matriz a posteriori

El árbol de similaridad, que se muestra a continuación (Ver figura #6), fue obtenido al aplicar el sistema informático CHIC a la submatriz de dimensión 102x23, extraída de la matriz a posteriori al considerar solamente las respuestas correctas. En el mismo se puede observar que se forman cuatro clases de cuasi equivalencias, las tres primeras incluyen aquellas preguntas que han tenido un porcentaje alto de respuestas correctas, exceptuando a P13 y P21. En las dos primeras clases el porcentaje de respuestas correctas es mayor que en la tercera. La cuarta clase agrupa aquellas preguntas que tuvieron un porcentaje bajo, exceptuando la P14 y P17 y aparece dividida en dos subclases, conteniendo la primera los tres nodos más significativos.

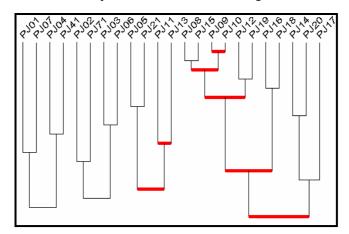


FIG. 6 - Árbol de similaridad de una submatriz de la matriz a posteriori

Por otro lado, en el grafo implicativo, figura #7, se puede apreciar que las implicaciones más significativas se encuentran entre las preguntas de la cuarta clase, que es a su vez la más significativa a nivel de proximidades. Las preguntas que no quedan relacionadas en el grafo implicativo, P2, P3, P4, P4.1, P7, P7.1 y P17, son las que forman parte de las dos primeras clases de cuasi equivalencia, con excepción de la pregunta P1 que si aparece implicada a un 85%.

En este grafo implicativo aparecen varias cadenas de preguntas que quedan implicadas estadísticamente. Se observa que si el estudiante sabe responder correctamente a la pregunta P10 y P15, sabrá responder al resto de las preguntas que aparecen en el grafo. Constatándose que los estudiantes que tienen habilidades para trabajar con los conocimientos elementales de estadística (frecuencias relativa y absoluta) son capaces de responder el resto de las preguntas implicadas.

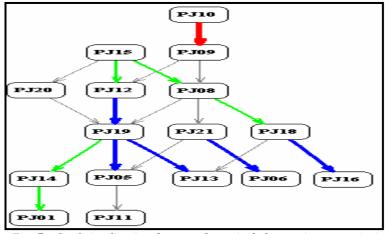


FIG. 7 - Grafo implicativo de una submatriz de la matriz a posteriori

## 8 Análisis de los resultados de las respuestas al cuestionario en relación con las operaciones definidas a priori

En la tabla #2 se muestran los porcentajes de respuestas correctas a las preguntas P1, P2 y P3, las cuales exigían una manipulación mínima de la tabla. Como se puede observar, el 96,10% de los estudiantes ha tenido éxito en la lectura y manipulación elemental de la tabla, lo que está muy próximo al 97% obtenido en la experimentación desarrollada en la ESO de España. Sin embargo, estos resultados no son suficientes para afirmar que la tabla es totalmente manejable por los estudiantes de 10<sup>mo</sup> y 11<sup>no</sup> grados de preuniversitario, ya que en la pregunta P13, que exige un manejo completo de ella, se obtuvo un 78,4% de respuesta correcta.

	IPU "Rafael M.	de Mendive	IPU "C	uqui Bosch	Total po	Total		
	10mo	mo 11no		11no	10mo	11no	Total	
P1	100,00	96,00	100,00	92,31	100,00	94,16	97,08	
P2	96,15	100,00	100,00	100,00	98,07	100,00	99,04	
P3	84,62	88,00	100,00	96,15	92,31	92,08	92,19	
				Total	96,80	95,41	96,10	

TAB 2 – Porcentajes de respuestas correctas a las preguntas P1, P2 y P3.

En la tabla #3 se muestran las preguntas que implican un recuento obligatorio, así como los porcentajes de respuestas correctas. De la misma se puede observar que sólo el 57,19% de los estudiantes muestran habilidades para desarrollar estas operaciones. Sin embargo, resalta el hecho de que en las preguntas P2 y P3, que exigen únicamente un recuento obligatorio, se han obtenido resultados superiores al 90%; no así en las restantes, que exigen un mayor nivel de complejidad. La situación más crítica se manifiesta en P10 que incluye el cálculo de frecuencia relativa. Estos resultados son similares a los obtenidos en el estudio de la ESO.

	P02	P03	P08	P09	P10	P12	P14	P15	P16	P19	P20	P21	Total
10mo	98,04	92,16	31,37	01,96	0,00	25,49	84,31	17,65	72,55	47,06	47,06	58,82	48,04
11no	100,00	92,16	43,14	56,86	37,25	47,06	86,27	45,10	80,39	72,55	64,71	70,59	66,34
Total													57,19

TAB 3 – Porcentajes de respuestas correctas a las preguntas que implican un recuento obligatorio.

En cuanto a las operaciones de proximidad, los porcentajes de respuestas correctas a las preguntas P13, P15, P16 y P20 (que tratan las coincidencias) y P12 (que trata las diferencias) oscilan entre 31,38% y 78,43 (tabla #4). En general estos resultados son inferiores a los de la ESO.

	Co	inciden	cias y d	liferenc	eias		
	P13	P15	P16	P20	P12		
10mo	60,78	17,65	72,55	47,06	25,49		
11no	96,08	45,10	80,39	64,71	47,06		
Total	78,43	31,38	76,47	55,89	36,28		

TAB 4 – Porcentajes de respuestas correctas a las preguntas que implican operaciones de proximidad.

Con respecto a las operaciones lógicas (ver tabla #5) las preguntas que implican el empleo de los cuantificadores universal y existencial no presentan dificultades, no ocurriendo lo mismo con el resto de las operaciones. El porcentaje más bajo se presenta en la operación de conjunción por columna (P15). En el caso de P19, que es de la misma naturaleza que P14, el porcentaje bajo puede estar relacionado con el hecho de que la misma presenta un nivel mayor de complejidad al exigir la conjunción de variables negadas.

En cuanto a las operaciones de implicación lógica, la pregunta P17 muestra un alto nivel de respuestas correctas, no así la P18, que evalúa la misma implicación lógica, sólo que en sentido contrario. Esto pudiera

indicar que existen dificultades en el razonamiento lógico de los estudiantes encuestados. Resultados análogos fueron obtenidos en el estudio de la ESO, aunque con menores porcentajes de éxito.

	Cuant	if. univ. y	exist.		Disy.		Implic. lógica			
	P04	P41	P06	P05	P14	P15	P19	P17	P18	
10mo	98,04	88,24	94,12	70,59	84,31	17,65	47,06	94,12	47,06	
11no	98,04	98,04	94,12	90,20	86,27	45,10	72,55	90,20	64,71	
Total	98,04	93,14	94,12	80,40	85,29	31,38	59,81	92,16	55,89	

TAB 5 – Porcentajes de respuestas correctas a las preguntas que implican operaciones lógicas, cuantificadores universal y existencial y de conjunción.

Por último, los porcentajes obtenidos en las preguntas relacionadas con las operaciones estadísticas son muy bajos, P8 (37,26%), P9 (29,41%) y P10 (18,63%), al igual que los obtenidos en la ESO. Aquí hay que tener en cuenta que al igual que en el experimento de la ESO, al momento de aplicar la encuesta, los estudiantes de 10<sup>mo</sup> grado aún no habían recibido los contenidos de la Estadística Elemental, sin embargo, los porcentajes obtenidos por 11<sup>no</sup> grado son también muy bajos, a pesar de que si habían recibido dichos contenidos.

Resulta interesante la relación que se manifiesta entre los porcentajes de respuestas a las preguntas P8 y P10. La P8 exige implícitamente la realización de la operación declarada en P10, pero a un nivel mayor de complejidad, ya que además de determinarse la frecuencia relativa debe trabajarse con la condicional y calcularse el porciento. Sin embargo, los resultados obtenidos en esta pregunta son mayores que en la P10, que sólo exige explícitamente el cálculo de la frecuencia relativa. Esto puede estar indicando que los estudiantes no se han apropiado del concepto de frecuencia relativa.

### 9 Conclusiones

El estudio realizado sobre las habilidades que poseen estudiantes de 10<sup>mo</sup> y 11<sup>no</sup> grado de preuniversitario, para el trabajo simultáneo con aspectos esenciales de Tratamiento de Datos, Lógica y Estadística Elemental, arrojó que las mayores dificultades se concentran en operaciones que involucran actividades enumerativas, proximidades y operaciones lógicas, observándose diferencias significativas entre los resultados de los dos preuniversitarios y entre los grados.

Al comparar los resultados obtenidos en este estudio con los de Pitarch y Orús en la ESO, se pudo comprobar que en ambos se manifiesta un resultado exitoso en cuanto a la lectura y manipulación elemental de la tabla, así como que los porcentajes de éxitos y errores en cada una de las preguntas están muy próximos.

Para la obtención de los resultados de esta investigación, el empleo del sistema informático CHIC resultó ser un instrumento de gran valor, pues facilitó el perfeccionamiento del cuestionario, la caracterización de las preguntas según el tipo de operaciones a realizar y de las respuestas dadas por los estudiantes. Permitió además identificar asociaciones y estructuraciones entre las preguntas que posibilitaron profundizar en la interpretación de los resultados.

Para arribar a las conclusiones de este trabajo sólo se ha explotado la información correspondiente a las respuestas correctas, si bien los datos recopilados aportan mucha más que se aprovechará en lo adelante.

### Referencias

Batanero, C. (1999), Taller sobre análisis exploratorio de datos en la enseñanza secundaria. Actas de la Conferencia Internacional "Experiencias e Expectativas do Ensino de Estatística- Desafios para o Século XXI". Florianópolos, Santa Catarina, Brasil, 1999.

Batanero, C. (2003), Los retos de la cultura estadística. Universidad de Granada, España. <a href="http://www.ugr.es/local/batanero">http://www.ugr.es/local/batanero</a>, 2003.

Couturier, R., Bodin, A. y Gras, R. (2006), Clasificación jerárquica, implicativa y cohesitiva. Manual de usuario del sistema informático CHIC, 2006.

Gras, R. (2005). Panorama du développement de l'ASI à partir de situations fondatrices. In R. Gras, F. Spagnolo, and J. David (Eds.), Actes des Troisièmes Rencontres Internationale ASI Analyse Statistique Implicative, Volume Secondo supplemento al N.15 of Quaderni di Ricerca in Didattica, pp. 9–33. Palermo: Università degli Studi di Palermo

- Guerrero, C. (1999), La importancia de la información a priori. Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas. Nº 20, pp. 57-62, 1999.
- Guerrero, S. (1999), Tratamiento de la información. Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas. Nº 20, pp. 5-8, 1999.
- Orús, P. (1992), Le raisonnement des élèves dans la relation didactique; effets d'une iniciation à l'analyse classificatoire dans la scolarité obligatoire. Thèse presentée à l'Université de Bordeaux-I. (Ed: IREM de Bordeaux), 1998.
- Orús, P., Pitarch, I. (2000). Utilisation didactique des tableaux des données et du logiciel CHIC à l'école élémentaire. Acctes des Journées sur La fouille dans les données par la méthode d'analyse statistique implicative. Caen, pp.85-98, 2000.
- Pitarch, I. (2002), Estudio sobre la viabilidad y el interés didáctico del tratamiento de la información en la ESO. Trabajo de investigación del tercer ciclo presentado en la Universitat Jaume I y dirigido por Pilar Orús Báguena. (Ed: UJI, Castellón), 2002.
- Zamora, L. y Alonso, I. (2006), Metodología para la impartición de tópicos de Estadística y Probabilidades en la enseñanza preuniversitaria en Cuba. Actas del RELME XX. Camaguey, Cuba, 2006.

### **Summary**

In the work it is carried out a study on the abilities that possess students of tenth and eleventh degree of cuban high school, for working the logic, the elementary statistic and the processing of binary data, simultaneously. This study extends the works of Orús (1992, 2005) and Pitarch (2002), using the same methodology for the obtaining and treatment of data with a similar questionnaire. This analogy allows to compare the results of Cuba with those that have already been obtained in France in the primary teaching and in Spain in the secondary education. The work of analysis of data was also carried out with the help of the CHIC program, as in the precedent works.

## Anexo #1: Cuestionarios de las experimentaciones

#### **CUESTIONARIO ORIGINAL Q**

- Q1. ¿Al joven H le gusta el jazz?
- Q2. ¿A cuántos jóvenes les gusta el flamenco?
- Q3. ¿Cuántos tipos de música le gustan al joven Q?
- Q4. ¿Hay algún tipo de música elegida por todos los jóvenes? En caso afirmativo, indica cuáles: Q4.1 ¿Hay otras? En caso afirmativo, indica cuáles
- Q5. Los jóvenes entrevistados ¿prefieren la música heavy o la música ska?
- Q6. ¿Hay algún joven a quien le guste todos los tipos de música? En caso afirmativo, indica su nombre:
- Q7. ¿Existe alguna música más preferida que la música punk?
  Q7.1. Si hay alguna indícala y razona tu
  - Q7.1 Si hay alguna, indícala y razona tu respuesta.
- Q8. Los jóvenes H y O, ¿prefieren el mismo tipo de música?
- Q9. ¿A qué porcentaje de los jóvenes entrevistados les gusta la música rap?
- Q10. Si consideramos escoger la música máquinacomo una variable estadística, ¿qué frecuencia absoluta dirías que tiene en esta distribución estadística?
- Q11. ¿Y qué frecuencia relativa tendría la variable

#### **CUESTIONARIO ACTUAL P**

- P1. ¿Al estudiante E2 le gusta la asignatura Matemática?
- P2. ¿A cuántos estudiantes les gusta la asignatura de Matemática?
- P3. ¿Cuántas asignaturas le gustan al estudiante E10?
- P4. ¿Hay alguna asignatura que haya sido elegida por todos los estudiantes? En caso afirmativo, indique cuál
  - P4.1 ¿Hay otras? En caso afirmativo, indique cuáles
- P5. Los estudiantes entrevistados ¿prefieren la asignatura de Matemática o la de Química?
- P6. ¿Hay algún estudiante a quien le gusten todas las asignaturas? En caso afirmativo, indique su código.
- P7. ¿Existe alguna asignatura de mayor preferencia que la Matemática?
  - P7.1 Si hay alguna, indíquela y razone su respuesta.
- P8. ¿A qué porcentaje de los estudiantes que les gusta la asignatura de Biología, le gustaría estudiar la carrera de Medicina?
- P9. Si consideramos la asignatura de Física como una variable estadística, ¿qué frecuencia absoluta diría usted que tiene en esta distribución estadística?
- P10. ¿Y qué frecuencia relativa tendría la variable estadística de la pregunta anterior?
- P11. Los estudiantes E4 y E6, ¿tienen el mismo gusto por las carreras? ¿Por qué?

estadística de la pregunta anterior?

Contesta las siguientes cuestiones, razonando en todas tu respuesta:

- Q12. Los jóvenes R y N, ¿tienen el mismo gusto por la música? Porque ...
- Q13. ¿Cuántas diferencias hay entre las respuestas de los jóvenes C y E? Porque ...
- Q14. Encuentra, si puedes, tres parejas de jóvenes a quienes les guste el mismo tipo de música.
- Q15. ¿A cuántos jóvenes les gusta a la vez el flamenco y la música pop? Porque....
- Q16. ¿En cuántas respuestas de la encuesta están de acuerdo los jóvenes C y J? Porque
- Q17. A todos los jóvenes que les gusta la música dance ¿también les gusta el hardcore? Porque ...
- Q18. A todos los jóvenes que les gusta el hardcore ¿también les gusta la música dance? Porque ...
- Q19. ¿A cuántos jóvenes no les gusta ni el flamenco ni el pop? Porque ....
- Q20. El joven I ¿a quien se aproxima más en su gusto musical, al joven F o al joven D? Porque ...
- Q21. A los jóvenes entrevistados ¿les gusta más la música heavy, el jazz o el reggae? Porque...

- P12. ¿Cuántas diferencias hay entre las respuestas de los estudiantes E10 y E15? ¿Por qué?
- P13. Encuentre, si puede, tres estudiantes a quienes les guste el mismo tipo de carrera.
- P14. ¿A cuántos estudiantes les gustan, a la vez, las asignaturas de Matemática y Computación?¿Por qué?
- P15. ¿En cuántas respuestas de la encuesta están de acuerdo los estudiantes E19 y E21?¿Por qué?
- P16. La semejanza en los gustos de los estudiantes E1 y E18, se puede clasificar como: Alta, Baja o Media. ¿Por qué?
- P17. A todos los estudiantes que les gusta la asignatura de Educación Física ¿también les gusta la asignatura de Preparación Militar?¿Por qué?
- P18. A todos los estudiantes que les gusta la asignatura de Preparación Militar ¿también les gusta la asignatura de Educación Física?¿Por qué?
- P19. ¿A cuántos estudiantes no les gusta ni la asignatura de Física ni la de Química?¿Por qué?
- P20. ¿A quién se aproxima más en su gusto profesional el estudiante E4, al estudiante E17 o al E21? ¿Por qué?
- P21. Si usted tuviera que formar tres Sociedades Científicas a partir de los gustos profesionales (carreras) que los estudiantes han manifestado. ¿En que profesiones las formaría? Escríbalas en orden de prioridad.

## Anexo #2: Matriz a priori MAP

	l ma		-	l mail		los	l ma	- -	D2.4	-	l ma			540			545	Leve	Loui	Leva		l mool	- Doub
=	<u> P1</u>	P2	P3	-	P4.1	P5			P7.1	P8	P9	P10	P11	P12	-	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20	P21
TABL	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	_1
TFIL	1	1	0	1	1	1	0	_ 1	1	1	_ 1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1
TCOL	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0
ROBL	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1
BALT	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CFIL	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1
CCOL	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0
FDIF	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
FCOI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0
FPRE	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
FAUS	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
CSEM	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1
LIMP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
LEXI	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
LUNI	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
LCON	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0
LDIS	0	0	0	0	0	_	0	_	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
LNEG	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	Ö	0
EFIM	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
EFEX	ō	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	ō	ō	0	ŏ	Ö
Efre	ő	0	ō	ō	ō	_	ŏ	ō	0	1	0	1	0	0	ō	0	0	0	ō	ŏ	ō	ŏ	Ö
EPER	ő	0	0	0	0	ő	ő	Ö	0	1	Ö	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	ő	0
EMIM	0	0	0	1	1	0	1	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ARGU	0	0	0	0	<u> </u>	0	<del>'</del>	<u> </u>		0	0	0	1	1	1	1	1	<u>،</u>	<u>،</u>	1	1	1	1
ARGU	U	U	U	U		U	Lυ	U	1	U	Lυ	U						1	1	_ '	_ 1		1